

# SECRETARIA DE EDUCACION PUBLICA SERVICIOS EDUCATIVOS DEL ESTADO DE CHIHUAHUA UNIVERSIDAD PEDAGOGICA NACIONAL

UNIDAD 08-A

ESTRATEGIAS DIDACTICAS QUE FAVORECERAN

LA CONSTRUCCION DEL APRENDIZAJE DE LA

MULTIPLICACION EN EL NIÑO DE CUARTO GRADO

DE EDUCACION PRIMARIA

MARTHA LUZ CAMACHO TERRAZAS

PROPUESTA PEDAGOGICA

PARA OBTENER EL TITULO DE

LICENCIADA EN EDUCACION PRIMARIA





# DICTAMEN DEL TRABAJO DE TITULACION

Chihuahua, Chih., a 31 de Mayo de 1996.

C. PROFR.(A) MARTHA LUZ CAMACHO TERRAZAS Presente.-

En mi calidad de Presidente de la Comisión de Titulación de esta Unidad y como resultado del análisis realizado a su trabajo intitulado "ESTRATEGIAS DIDACTICAS QUE FAVORECERAN LA CONSTRUCCIÓN DEL APRENDIZAJE DE LA MULTIPLICACIÓN EN EL NIÑO DE CUARTO CRADO DE EXCACION PRIMARIA", opción Propuesta Pedagógica a solicitud del C. Lic.

EFREN VIRAMONTES ANAYA, manifiesto a usted que reúne los requisitos académicos establecidos al respectos por la Institución.

Por lo anterior, se dictamina favorablemente su trabajo y se le autoriza a presentar su examen profesional.

A T E N T A M E N T E
"EDUCAR PARA TRANSFORMAR"

PROFR. JUAN GERARDO ESTAVILLO NERI PRESIDENTE DE LA COMISION DE TITULACION DE LA UNIDAD 08A DE LA UNIVERSIDAD PEDAGOGICA NACIONAL. Established to the second seco

S. E. P.

Universidad Pedagógica Nacional UNIDAD UPN 11 CHIHUAHUA, 11 H.

# ESTA PROPUESTA FUE REALIZADA BAJO LA DIRECCION DEL LIC. EFREN VIRAMONTES ANAYA REVISADA Y APROBADA POR LA SIGUENTE COMISION Y JURADO DEL EXAMEN PROFESIONAL. PRESIDENTE: LIC. EFREN VIRAMONTES ANAYA SECRETARIO: LIC. MARIA DE JESUS RODRIGUEZ LOYA VOCAL: LIC. ALICIA SUSANA LOPEZ ACOSTA SUPLENTE: LIC. HERMILA LOYA CHAVEZ CHIHUAHUA, CHIH., A 31 DE MAYO DE 1996.

A MIS HIJOS QUE SON LA
RAZON DE MI EXISTENCIA.
A MI PADRE Y HERMANOS.
AL RECUERDO DE MI
MADRE: QUE SIEMPRE ESTA
PRESENTE EN MI
PENSAMIENTO. A TODOS
MIS COMPAÑEROS Y
MAESTROS.

# INDICE

INTRUDUCCION6
CAPITULO I. EL PROBLEMA
A. El Problema9
B. Justificación10
C. Objetivos12
CAPITULO II. MARCO TEORICO
A. Origen de las Matemáticas14
B. La utilidad de las Matemáticas16
C. La multiplicación18
D. Intuición y formalismo22
E. Aprendizaje25
F. Aprendizaje de la Multiplicación29
G. Conocimiento31
H. Los sujetos del contrato didáctico33
I. Metodología36
J. Evaluación38
CAPITULO III. MARCO REFERENCIAL
A. Aspecto físico y social41
B. El Programa Oficial42
C Artículo Tercero Y Lev Generál De Educación44

# CAPITULO IV. ESTRATEGIAS

A. Agi	rupando		 	 	 	48
B. La	ruleta		 	 	 	50
C. La	frutería		 5 8 70 6 8	 	 	51
D. Mu	ltiplicación	rápida.	 	 	 	52
E. La	dulcería		 	 	 	53
F. Lo	s cuadritos.		 	 	 	54
G. Lo	s cuadritos	II	 	 	 	55
н. Ва	sta numérico		 	 	 	57
	ONES					
BIBLIOGR	AFIA		 	 	 	61

### INTRODUCCION

La multiplicación es una de las operaciones matemáticas en las que se encuentran grandes dificultades para su aprendizaje. Todas las operaciones fundamentales guardan relaciones entre sí, no constituyen un conocimiento aislado, sino que este repercute en el aprendizaje de otros contenidos de la asignatura de matemáticas.

Primeramente se analizan los problemas que se generan a partir de la simple memorización de la multiplicación, tanto en las tablas de multiplicar como al resolver la operación. Para ello se hace la exposición del problema, la justificación, y los objetivos que se pretenden lograr al poner en práctica la Propuesta Pedagógica.

En el siguiente capítulo se retoman los aspectos que influyen en el aprendizaje de las matemáticas, tales como su origen, utilidad y la conceptualización acerca de la multiplicación.

Como se trata de poner atención a la forma tradicional de la enseñanza del objeto de estudio, se analiza este punto en la parte llamada intuición y formalismo. Enseguida se presenta la teoría en que se fundamenta este trabajo, después de una breve

contrastación con los demás.

Dentro de la continuidad de la Propuesta Pedagógica se expone la manera en que se concibe el aprendizaje de la multiplicación, y el conocimiento.

En el apartado llamado Los sujetos del contrato didáctico se reflexiona sobre las relaciones que se desarrollan en el aprendizaje de las matemáticas. Para finalizar el marco teórico se presenta la metodología y la evaluación, que se llevará a cabo en la aplicación de las estrategias de aprendizaje.

En el capítulo III se tomará en cuenta el programa oficial, el Artículo Tercero, la Ley General de Educación, así como el aspecto físico social de la Institución Escolar en que se llevaron a cabo las alternativas didácticas referentes a la multiplicación.

La parte IV de la propuesta corresponde a las situaciones de aprendizaje, las cuales son: Agrupando, la Ruleta y la Frutería; la Multiplicación rápida, la Dulcería, los Cuadritos I, los Cuadritos II, para finalizar con el basta numérico.

Por último se exponen las conclusiones a las que se llegó a través del trabajo anteriormente descrito y la bibliografía utilizada en la elaboración del mismo.

Se espera que todo ésto sirva de apoyo para un mejor aprendizaje de la multiplicación.

### I. EL PROBLEMA

### A. El problema.

En la escuela existen una serie de elementos que a pesar de existencia pasan desapercibidos. Entre los más polémicos se encuentra el aprendizaje de los alumnos. Esta situación ha dado origen a diversos estudios y en ellos se observa que la asignatura donde más problemas de reprobación se presentan es en la de matemáticas. Debido a las observaciones que los docentes realizan en torno a este asunto existe una gran preocupación de parte de ellos por solucionar la situación. Dentro de la asignatura de matemáticas la multiplicación manifiesta una gran dificultad para su aprendizaje. Esto es preocupante ya que los las operaciones manejo de deben conocer el alumnos fundamentales, pues constituyen la base del aprendizaje de otros temas que la contienen, entre los cuales se encuentran la resolución de problemas en los que se apliquen las cuatro operaciones fundamentales, la medición, etcétera.

Por todo lo anterior se cree necesario enunciar el siguiente problema:

¿Qué estrategias didácticas favoreceran la construcción del aprendizaje de la multiplicación en el niño de cuarto grado de educación primaria.

### B. Justificación.

Un problema palpable en la educación primaria es la dificultad que presenta el aprendizaje de la multiplicación. Se ha observado en la práctica docente que los niños repiten las tablas de multiplicar de forma mecánica y al paso de un tiempo las olvidan. Esto se percibe a lo largo de los grados posteriores, no las recuerdan ni son capaces de aplicarlas en su vida cotidiana. Por lo tanto esta forma de aprender no ha dado los resultados esperados.

Los conocimientos matemáticos requieren de una metodología diferente porque para que realmente sean aprendidos debe aplicarse la reflexión aplicada sobre los mismos. Existen contenidos que se aprenden por imitación, según lo observado en el grupo social, como por ejemplo el saludo a la bandera y el lenguaje. Esto se realiza para ser aceptado socialmente. En campo matemático esto limitaría su uso porque debe aplicarse la lógica para encontrar las propiedades de los mismos y así aplicarlos en la resolución de problemas reales.

Otra cuestión de importancia que es descuidada en la escuela es que el conocimiento se presenta de manera formal y los niños que asisten a la escuela primaria necesitan de material de tipo concreto para que la construcción del conocimiento resulte acorde a su etapa de desarrollo, (operaciones concretas).

La representación convencional del objeto de estudio no debe debe ser el punto de partida para el estudio de esta operación, porque con ello en lugar de construir sus conocimientos a través del apréndizaje activo se enfrentan a afirmaciones prefabricadas de matemáticas, que deberán repetir sin pensar y posteriormente las matemáticas se convierten en la asignatura menos aceptada.

Por eso es muy frecuente encontrar problemas en cuanto a este aprendizaje se refiere. El alumno no se apropia del conocimiento; únicamente lo memoriza y lo deposita en un escrito cuando el maestro se lo pide.

Para que se construya el conocimiento de la multiplicación se requiere diseñar estrategias metodológicas que no se basen en la repetición de conceptos establecidos, ya que la falta de atención al problema y la tradicionalidad extrema impiden la cognición.

Aplicar un modelo a la escuela que consiste en valorar y estimular la actividad intelectual en situaciones artificiosamente creadas por el adulto y que no interesan al niño más que por su carácter de obligatoriedad que inhibe y menosprecia toda actividad mental provocada por la interacción real con el mundo físico y social, despoja al niño de cuanto le era propio, convirtiéndolo en uno más; que debe aprender las cosas que el maestro juzga pertinente enseñarle en cada momento de su vida escolar.

Los maestros deben reconsiderar la práctica docente para tomar una posición alternativa, donde el alumno no ve el conocimiento matemático como algo a lo que debe temerse, sino

por el contrario dándole sentido y utilidad en su realidad cotidiana.

Para mejorar hay que tomar en cuenta el nivel de comprensión de los alumnos con el fin de buscar alternativas de solución al problema del aprendizaje de la multiplicación.

Toda la problemática se ha expuesto con la finalidad de que el docente mejore su práctica mediante el reconocimiento de estos factores.

docente mejore su práctica y así se evite la reprobación.

### C. Objetivos.

Todas las actividades que el hombre realiza tienen alguna perspectiva particular por la que deben llevarse a cabo.

En el caso de la práctica docente se tienen objetivos definidos en el programa escolar. En ellos se manifiesta la gran preocupación de que los alumnos tengan una formación acorde a la época en que los descubrimientos científicos necesitan un sujeto más reflexivo para que pueda disponer adecuadamente de los adelantos que la ciencia le ofrece. Para ello se cree necesario que los alumnos, con el aprendizaje de la multiplicación, logren lo siguiente.

- \* Apliquen criterios reflexivos en el aprendizaje y uso de la multiplicación.
- \* Que el conocimiento de la multiplicación no sea memorizado

para que no se olvide fácilmente.

- \* Que hagan uso de un conocimiento efectivo de la multiplicación en la resolución de problemas tanto en la escuela como en la vida diaria.
- \* Que a través del aprendizaje de este objeto de estudio el alumno intercambie opiniones entre sus compañeros y el maestro para que adquiera confianza en sí mismo y eleve su autoestima.

Todo esto es muy importante lograr en el alumno que aprende la multiplicación.

### II. MARCO TEORICO

A. Origen de las matemáticas.

El hombre a través de la historia ha elaborado conocimientos que son de gran utilidad como en el caso de las matemáticas. Dentro de ellas lo básico es el sistema de numeración. El inicio que marcó la aparición de este aspecto se explica de la manera siguiente: "La primera noción de número que tuvo el hombre debe parecerse a la que encontramos en niños muy pequeños y en algunas tribus primitivas, consiste en cierta idea de "numerosidad" percibida de forma inmediata como una cualidad más de los objetos."(1)

Esto se observa en los niños que al pensar por ejemplo en el número de una casa no lo hacen en el conjunto que representa, sino como si fuese un adjetivo de ese sustantivo llamado casa. También en algunos niños que ingresan al primer grado sólo distinguen si son pocos o muchos elementos. Al respecto Rosa Sellares y Mercé Bassedas dicen:

Posteriormente pasó lo que se expresa a continuación: el hombre descubrió la forma de dominar y registrar las cantidades por medio del princípio de correspondencia. Se ayudaba de soportes materiales de todo tipo (piedras, conchas, huesecitos, frutos secos, bastones, incisiones en huesos o en troncos de árboles),

<sup>(1)</sup> SELLARES, Rosa y Mercé Bassedas. La construcción de sistemas de numeración en la historia y en los niños. <u>La matemática en la escuela I.</u> Ant. UPN. p. 50.

o del propio cuerpo (los dedos y las articulaciones) y apareaba cada uno de los objetos de la realidad con cada uno de los que utilizaba como soporte.(1)

Todo lo anterior es fácil observarlo en la realidad escolar, cuando los niños pequeños reparten el material para realizar un trabajo, tienen que dar un elemento a cada niño sin pensar en que contando pueden evitar las vueltas hacia donde se encuentra el depósito de material. Después de hacerlo varias veces el alumno llega a la noción de número abstracto. En la antigüedad también: "La noción de número fué desarrollándose lentamente: una vez construída la serie numérica, el hombre pudo contar y recurrir al principio de la base, que evita el esfuerzo de memoria o de representación que supondría enunciar cada número con un nombre que no tuviera relación con los demás."(2)

Después de la construcción del sistema de numeración el hombre tuvo la necesidad de realizar operaciones de suma, resta, multiplicación y división para que la producción fuera planeada en forma que rindiera los mayores beneficios a la sociedad, entre otras cosas. Al realizar las operaciones se necesitó de un sistema de signos y símbolos que representaran las acciones requeridas. Para que esto quede claro es necesario que se tome como ejemplo el lenguaje escrito, en el que los signos representan un sonido, en matemáticas representan un conjunto

<sup>(1)</sup> SELLARES, Rosa y Mercé Bassedas. La construcción de sistemas de numeración en la historia y en los niños. <u>La matemática en la escuela I.</u> Ant. UPN. p. 50.

<sup>(2)</sup> IBIDEM. p. 51.

de objetos, en el caso de los símbolos representan algo más grande como en el caso de los símbolos patrios que representan todo un pueblo. Pero lo importante en el caso del lenguaje matemático es que: "Uno de los aspectos fundamentales del lenguaje es su relación con las estructuras del pensamiento."

Así los símbolos de suma, resta, multiplicación y división representan acciones para encontrar un resultado de acuerdo a lo que se encuentre escrito. En el caso particular del objeto de estudio, no es pertinente limitar la enseñanza a la concepción tradicional, la cual es muy común escuchar y que la concibe como una suma abreviada.

En un apartado posterior se tratará todo lo relacionado con una visión más reflexiva de la multiplicación.

B. La utilidad de las matemáticas.

En el tiempo actual se visualizan los grandes avances que las matemáticas tienen como conocimiento. Folmogorov hace una caracterización de las matemáticas de la siguiente forma: "Incluso con un conocimiento superficial de la matemática, es fácil reconocer ciertos rasgos característicos: su abstracción, su precisión, su rigor lógico, el irrefutable

<sup>(1)</sup> FORTUNY, Joan y Aurora Leal. Lenguaje y realidad. <u>La</u> <u>matemática en la escuela I.</u> Ant. UPN. p. 35.

carácter de sus conclusiones y, finalmente el campo excepcionalmente amplio de sus aplicaciones."(1)

Esto es una gran verdad, las matemáticas son utilizadas en muchos aspectos de la ciencia, incluso las de tipo social, entre las que se encuentra la etnografía que utilizan las matemáticas para comprobar mediante procesos estadísticos sus hipótesis.

En épocas remotas se pensaba que el campo matemático era solamente para personas con un alto grado de inteligencia. Los filósofos las utilizaban para revestir de científicos sus planteamientos o la validez de sus conceptos, como el caso de Pitágoras y su famoso teorema.

Otra cuestión importante es la relación que las matemáticas tienen con la filosofía y esta se encuentra en el hecho de que:

... hoy más que nunca, y precisamente por el enorme desarrollo de la ciencia en este sentido, se hace necesaria una filosofía de las matemáticas que reflexione sobre sus fundamentos y establezca nuevas direcciones a seguir en sus investigaciones a fin de lograr un fructífero desarrollo y una satisfactoria integración con las demás ciencias.(2)

Las matemáticas tienen un basto campo de aplicación en el mundo real. Después de este análisis es fácil encontrarla. Con la misma finalidad el siguiente apartado estará dedicado a la multiplicación, su concepto, propiedades y

<sup>(1)</sup> ALEKSANDROV y FOLMOGOROV. Visión General de la matemática. La matemática en la escuela I. Ant. UPN. p. 135.

<sup>(2)</sup> IBIDEM. p. 133.

### C. La multiplicación.

Para conceptualizar la operación matemática llamada multiplicación es necesario tener presente a los antecedentes requeridos para poder interpretarla.

Lo primero es haber construído sobre bases sólidas el concepto de número. Si este conocimiento previo ha tenido buenos resultados, entonces el aprendizaje de las operaciones fundamentales será de fácil acceso al alumno.

El maestro no debe confiarse del hecho de que el alumno cuente hasta un número avanzado o porque sepa escribir y leer cantidades ya esto sea suficiente para afirmar que el concepto de número ya esté aprendido realmente. Hace falta conocer más cuestiones al respecto. Por ejemplo si el alumno conoce el número antecesor y sucesor, si puede descomponerlo en factores en una recta, como en el caso de encontrarse el primer punto en el tres porque dos veces tres son seis. Así empieza a surgir dentro del concepto de número el de la multiplicación.

Las situaciones problemáticas que se presentan en la vida real, también contienen en muchos casos a la multiplicación.

La forma más recomendable de aprender la multiplicación es partiendo donde el niño actúe mentalmente sobre los objetos porque son los conjuntos los que van a determinar en un momento dado, según la disposición que se haga de ellos y se maneje adecuadamente la multiplicación. En el apéndice de "La matemática en la escuela I", hay una definición de la

multiplicación muy completa porque se aplica básicamente, empezando por el resultado de la misma. Al respecto dice:

El resultado de multiplicar dos números es su producto y puede definirse en términos de la operación de contar los elementos de un conjunto como sigue:

Dados los números a y b, se puede construir una disposición en cuadro rectangular a x b, se lee a veces b y se define como el número de elementos del cuadro,(1)

La cita anterior muestra lo que de forma gráfica o mental se debe aplicar a la multiplicación para su comprensión.

Pero además para su aprendizaje como lo menciona Delia Lerner es necesario que el niño:

... establezca relaciones de semejanza y diferencia con la suma, comprenda que está haciendo realmente cuando multiplica, sea capaz de inventar las tablas de multiplicar (y de reinventarlas cada vez que no se acuerde de un resultado), comprenda con exactitud cuando debe utilizar cada operación. (2)

Así la multiplicación se convierte en una operación de tipo mental que requiere de abstracciones de tipo lógico para la construcción de su aprendizaje. La multiplicación tiene un sin fin de aplicaciones debido a ello es necesario que quede claro el concepto de la misma para poder implementar estrategias adecuadas. Los ejercicios de los libros de texto si contemplan actividades considerando lo anterior, pero en la forma de enseñanza se encuentra la antigua costumbre de explicar así el conocimiento se aleja del alumno. No es solamente llenar el cuadro resultante de a x b, sino que manipulen el

<sup>(1) &</sup>lt;u>La Matemática En La Escuela I.</u> Apéndice. UPN. 1a. Ed. 1988. p. 73.

<sup>(2)</sup> LERNER, De Zunino Delia. ¿Qué es la multiplicación? <u>La Matemática En La Escuela III.</u> Ant. UPN. p. 135.

material para que mediante sus interpretaciones, personales o grupales logren hacerlo, la etapa gráfica es posterior a la de manipulación.

Otra dificultad de gran importancia es poder encontrar las propiedades de la multiplicación. La primera de ellas que se analizará es la conmutativa, de la cual se dice que: "Esta propiedad se puede percibir directamente de la definición, porque una disposición en cuadro de a x b se puede convertir en una disposición en cuadro de b x a sencillamente por una rotación de 90 grados."(1)

Es simplemente como su nombre lo indica el cambio de lugar de los factores. En cambio la propiedad asociativa de la multiplicación es cuando se dan tres números y al multiplicarlos uno por otro hasta terminar, se pueden asociar dos elementos y el resultado de ellos multiplicarlo por el otro factor. Es decir: "Esto se indica mediante (a x b) x c. Alternativamente se puede observar que (b x c) es un número cardinal que puede aparearse con a para obtener un producto que puede describirse como a x (b x c)." (2)

Las propiedades que se han anotado anteriormente son cuestiones que el alumno que construye el concepto de la multiplicación debe tener presente para dar uso a ésta en los momentos que le sea necesario.

<sup>(1) &</sup>lt;u>La Matemática En La Escuela I.</u> Apéndice. UPN. 1a. Ed. 1988 p. 73.

<sup>(2)</sup> IBIDEM. p. 75

La propiedad distributiva a su vez tiene por objeto:
"... relacionar las dos operaciones. Esta propiedad que ahora estudiaremos, es la base, por ejemplo, para el enunciado siguiente... a x (b + c) = (a x b) + (a x c)". (1)

De esto puede deducirse que la propiedad distributiva tiene por objeto distribuir los tipos de operación que se combinen para obtener un resultado final. En este aprendizaje debe atenderse otro punto que en ocasiones provoca algún tipo de confusión. Esto es el uso del cero, que en esta fuente bibliográfica se llama propiedad multiplicativa del cero. Esta consiste en que: "Análogamente, el conjunto de los elementos de una disposición en cuadro de N filas, cada una con cero elementos, es vacío. Luego para un número N cualquiera, O x N = N x O = O". (2)

Este caso es diferente del de la suma porque a un número cualquiera sumándole cero sigue siendo la misma cantidad; en cambio si a un número lo multiplicas por cero, da por resultado un cero, como ya se explicó.

Otra cuestión que presenta dificultades al aprender la multiplicación es el uso del algoritmo. Es importante que el niño reflexione sobre ello y no mecanice el proceso. Debe saber porque anota las unidades y agrega las decenas y así sucesivamente cuando resuelve una operación multiplicativa.

<sup>(1) &</sup>lt;u>La Matemática En La Escuela I.</u> Apéndice. UPN. 1a. Ed. 1988 Pág. 78.

<sup>(2)</sup> IDEM.

Conocer el objeto de estudio es definitivo para poder ayudar a los niños en la construcción del conocimiento sobre la multiplicación y todo lo que ello implica.

### D. Intuición Y Formalismo.

El éxito de algunos alumnos y el fracaso de otros en la vida escolar, muestran claramente que el formalismo prevalece sobre la intuición. Sobre estos aspectos versará el presente apartado.

Hablar de intuición trae como consecuencia pensar en el significado más común, el cual se maneja como una percepción inicial sobre algo. Puede decirse que es el conocimiento empírico del objeto. En las matemáticas, son definidos de la forma siguiente: "En esta perspectiva, el objeto matemático es, a no dudarlo, el intermediario entre los objetos que estudia la lógica y los del universo empírico." (1)

Por lo que se menciona en la cita anterior es fácil comprobar que los objetos de conocimiento en las matemáticas se construyen a partir de lo que se intuye de los objetos reales y el aspecto formal de los mismos. Lo difícil de las tareas de llevar al alumno de la intuición al formalismo es precisamente el paso de un plano a otro.

<sup>(1)</sup> NOT, Luis. El Conocimiento Matemático. <u>La Matemática En La Escuela II.</u> Ant. UPN. p. 22.

El punto de discusión se encuentra en que: "En un sentido la intuición capta formas simbólicas mientras que el formalismo combina signos. La intuición y el formalismo varían en sentido inverso: una tiende hacia el objeto concreto y el otro hacía el signo". (1)

De ahí la importancia de considerar a las matemáticas como un lenguaje. La afirmación de que para aprender esta asignatura hay que aplicar el razonamiento lógico, en la siguiente cita pareciera que es errónea, debido a que:

Ciertamente los objetos que estudian las matemáticas se vuelven a encontrar en forma concreta en el universo empírico, pero son esencialmente seres de razón cuya existencia no procede de una abstracción aplicada a los objetos empíricos, sino de una definición que los instituye en el universo de las ideas y los signos. (2)

Lo anterior está definiendo al objeto matemático, y estos no pueden contener ideas reflexivas, pero el sujeto para interiorizarlas si debe aplicar la reflexión, y ésta además debe ser lógica. En el caso particular de la multiplicación, su aprendizaje en la escuela está basado en el formalismo. El aprende las tablas de multiplicar de manera memorística y deja de lado la interpretación personal que sobre este conocimiento haya elaborado. Al tener que aprenderlas, el alumno sólo tiene como base para hacerlo la explicación que sobre ello realice el maestro.

<sup>(1)</sup> NOT, Luis. El conocimiento matemático. <u>La matemática en la escuela II.</u> Ant. UPN. p. 22.

<sup>(2)</sup> IBIDEM. p. 21.

A pesar de que el nuevo enfoque programático habla de lo importante que es para el aprendizaje, que sea el propio niño quien lo construya, se siguen manteniendo en el ámbito educativo las viejas prácticas, sobre todo en los grupos de tercero a sexto año, ya que se piensa comúnmente que sólo en primero y segundo se lleva a cabo la metodología basada en el constructivismo a través de la Propuesta Pedagógica Para La Lectoescritura y Las Matemáticas (PALEM) y en los grados posteriores se da un corte a ello y se vuelve a trabajar de forma tradicional.

Al cortar de golpe la metodología utilizada en los primeros años de educación primaria, trae como consecuencia que los alumnos se confundan, aprendan de forma memorística y pronto olviden. Lo más descuidado por los maestros en los grados de tercero a sexto de primaria es que las explicaciones no tienen razón de ser y que, como lo señala Luis Not:

... todo debería ser sacado a la luz por el mismo niño, según un proceso que asocie el descubrimiento (caso particular) y el reconocimiento (generalización sistemática). Así el alumno construye el objeto (sucesión de números) y al mismo tiempo otros objetos: operaciones, propiedades, etcetera. (1)

Este factor de que el alumno descubra a través de actividades las propiedades del objeto de estudio sobre el objeto real, hace presumir que existe otra cuestión que interconectada a la anterior ayuda al sujeto a realizar las

<sup>(1)</sup> NOT, Luis. El conocimiento matemático. <u>La matemática en la escuela II.</u> Ant. UPN. p. 31.

abstracciones de tipo lógico. Esto no puede ser otra cosa que el material de tipo concreto, porque al manipularlo se conoce mejor y el formalismo tendrá más puntos de referencia.

Todas estas conclusiones elaboradas sobre los conceptos de intuición y formalismo tienen como finalidad tener presente que el alumno no aprende mediante la comunicación de conceptos transmitidos de forma verbal, sino de una interactuación entre sujeto y objeto de estudio; sólo así tendrá significado el aprendizaje.

# E. Aprendizaje.

Como desde el principio de esta propuesta se ha venido mencionando, el aprendizaje es un punto decisivo en el buen desarrollo de la práctica docente. De acuerdo con esto se describirá a continuación la perspectiva psicológica que la orientan.

Es cotidiano observar que en la escuela primaria, sobre todo en los grados de tercero a sexto que se utiliza la memorización de conceptos y en especial de las tablas de multiplicar. Esta forma de trabajar los contenidos es específica del enfoque conductista del aprendizaje. Este punto de vista tiene su origen en lo siguiente: "Así el pensamiento es una conducta simbólica o incipiente de ensayo y error, que culmina

en el aprendizaje." (1), es decir, con repetir varias veces la misma acción el sujeto memoriza y en esta teoría se considera que esta es la forma de aprender.

Otras veces se pone a los alumnos a pensar en la forma de dar uso a lo aprendido, a encontrar los puntos de referencia en el mundo real. Esto tiene derivaciones del siguiente pensamiento que dice: "La palabra gestalt, que significa forma o configuración, alude a la creencia, según la cual las personas tienden a organizar o estructurar sus percepciones en esquemas o relaciones con objeto de dar un sentido al mundo que las rodea." (2)

Así los gestaltistas describen el aprendizaje. Existe un tercer punto de vista sobre el aprendizaje. Ofrece una serie de explicaciones en torno a la manera como se realiza. En el constructivismo, que es así como se llama, el aprendizaje es un proceso, no es mediato. A lo largo de toda la vida se dan otros procesos que siempre son iguales, debido a lo cual se les denomina invariantes. Estos son la asimilación y la adaptación. Acerca de la asimilación, se dice que: "...tiene lugar cuando una persona hace uso de ciertas conductas que o bien son naturales, o ya han sido aprendidas." (3)

El sujeto siempre necesita aprender cosas nuevas porque

(3) IBIDEM. p. 202.

<sup>(1)</sup> BIGGE, L. Morris. ¿Cómo describen el proceso de aprendizaje las dos familias de teorías contemporáneas del aprendizaje? Teorías del aprendizaje. Ant. UPN. p. 127.

<sup>(2)</sup> WOOLFOLK, Anita. Concepciones cognitivas del aprendizaje. Teorías del aprendizaje. Ant. UPN. p. 165.

constantemente se descubren novedades sobre las cuales la realización del trabajo se puede hacer rápidamente y sin dificultad.

La asimilación se observa cuando se hace uso de lo que ya se conoce, en cambio la acomodación o: "... modificación de conductas." (1)

Tanto una como otra tienen la finalidad de ayudar al sujeto a adaptarse al ambiente.

Sobre este punto existe una explicación acerca de como por medio de la asimilación y la acomodación el sujeto logra adaptarse al ambiente sociocultural. Constantemente integra a sus esquemas lo nuevo y al acomodarlo puede usarlo cuando lo considere conveniente. Esta adaptación no es pasiva, y entre más se adapte un individuo a su entorno, más inteligente se le podrá considerar. Acerca de la inteligencia en términos piagetanos habla Richmond de la siguiente manera: "... la inteligencia constituye una actividad organizadora cuyo funcionamiento supera en extensión el funcionamiento de la organización biológica, debiéndose dicha superación a la elaboración de nuevas estructuras." (2)

Jean Piaget no sólo describe el proceso de aprendizaje, sino que además las características del

<sup>(1)</sup> WOOLFOLK, Anita y Nicolich Lorraine Mc Cune. Una teoría global sobre el pensamiento. La obra de Piaget. <u>Teorías del aprendizaje</u>. Ant. UPN. p. 202.

<sup>(2)</sup> RICHMOND, P.G. Algunos conceptos teóricos fundamentales de la Psicología de Jean Piaget. <u>Teorías del aprendizaje</u>. Ant. UPN. p. 222.

sujeto, al que considera que la maduración biológica es un proceso. La descripción de éste ayuda al buen desempeño de la labor docente. La evolución del desarrollo del sujeto empieza con el nacimiento. En el texto de Leland C. Swenson se describen los periodos que se mencionarán a continuación. (1)

Sensoriomotriz, este periodo se observa en niños de cero a dos años. Ellos tienen entre su actividad y pensamiento un sólo objetivo que son como su nombre lo indica sensaciones de confort. Chupa para obtener alimento, llora con la finalidad de que lo levanten en brazos o lo mantengan seco.

Preoperatorio. Aquí se encuentran niños de dos a siete años. En este periodo los niños son egocéntricos, creen que es a partir de ellos que suceden las cosas, su lenguaje también lo es, está pensando en función del mismo niño y en esta etapa es importante la manipulación de objetos concretos, porque es aquí donde el niño clasifica y sería, condiciones importantes para que construya un buen concepto de número.

Operaciones concretas es el siguiente y en él se encuentran los niños de siete a once años. Aquí aparece la noción de conservación (cuando no se deja influir por la disposición o tamaño de los objetos) y reversibilidad, (si aplica una acción o pensamiento inverso a un concepto), necesarios en el aprendizaje de matemáticas. Este es el periodo en el que están los sujetos

<sup>(1)</sup> SWENSON, C. Leland. Jean Piaget: una teoría maduracional cognitiva. <u>Teorías del aprendizaje</u>. Ant. UPN. p. 202. 214.

a quienes se dirige esta propuesta. Es útil que los niños trabajen con material concreto, ya que de ellos va a obtener nociones que le servirán en la construcción del objeto de estudio, sobre todo en esta etapa.

El periodo final del desarrollo es el de operaciones formales. Aquí ya no es tan importante el manipuleo. Los niños entre once y quince años ya pueden interpretar conceptos de tipo abstracto.

Al igual que la teoría gestaltista Piaget:

... supone la existencia de una serie interna de principios de organización (instrumentos mentales) con los que una persona debe tratar de construir un entendimiento del mundo. Supone también que la organización interna de cada persona cambia radical pero lentamente durante el periodo que transcurre desde el nacimiento a la madurez. (1)

Esta es la parte fundamental de la teoría que se debe considerar a la hora de poner en juego las estrategias de aprendizaje, para conocer la forma en que aprende el sujeto acerca de los objetos y así facilitarle el proceso.

F. Aprendizaje de la multiplicación.

Cada conocimiento tiene una forma particular de aprenderse.

El de la multiplicación se analiza a continuación.

<sup>(1)</sup> WOOLFOLK, Anita E. y Nicolich Lorraine Mc Cune. Una teoría global sobre el pensamiento. La obra de Piaget. <u>Teorías del aprendizaje</u>. Ant. UPN. p. 201.

La multiplicación es un conocimiento matemático, razón por la cual no debe aprenderse de forma memoristica, sino aplicando la reflexión lógica sobre el mismo.

Otro aspecto que debe cuidarse es el manipuleo que el alumno debe realizar con objetos concretos. Además de utilizar este material, el maestro debe permitirle utilizar la estrategia personal. En relación a ello en el libro de Estrategias Pedagógicas Para Niños Con Dificultades En El Aprendizaje De Las Matemáticas Fascículo III, se propone que:

"...la labor pedagógica debe enfocarse a ayudar al niño a reconocer la estructura del problema, permitiéndole poner en práctica sus procedimientos, tanto "erróneos" como concretos, propiciando situaciones de confrontación, de tal manera que lleven al niño a desarrollar estrategias cada vez más eficientes y económicas para solucionar el problema.(1)

Entonces en el aprendizaje de la multiplicación se trata de crear el ambiente propicio para que el alumno interactúe sobre los objetos a fin de que aplique la operación multiplicativa disponiendo combinaciones primero y después la disposición en columnas de a veces b. Al respecto la misma autora dice: "Si tenemos un conjunto de blusas (conjunto X) y un conjunto de pantalones (conjunto Y), podemos conocer todas las combinaciones posibles, producto cartesiano con el conjunto de todos los pares ordenados, en donde el primer elemento de la pareja pertenece a X y el segundo a Y." (2)

(2) IBIDEM. p. 35.

<sup>(1)</sup> GOMEZ, Palacio Margarita y otros. <u>Estrategias Pedagógicas</u>
<u>Para Niños Con Dificultades En El Aprendizaje De Las</u>
<u>Matemáticas.</u> <u>Fascículo III.</u> p. 31.

La construcción de este punto es necesaria para el aprendizaje de la multiplicación y deja atrás la vieja concepción de que esta operación es una suma abreviada.

En síntesis dejar las explicaciones que no son otra cosa que la interpretación personal de otro sujeto y no del alumno. Con ello no se pretende dejar de estimular el aprendizaje social, la interacción entre los miembros del grupo no sólo es deseable para fines de socialización, sino de aprendizaje,

Tampoco es necesario que el niño repita muchas veces este concepto para que lo aprenda, a través del juego y manipulando objetos en situaciones concretas en los que se requiera realizar combinaciones pueden ayudar bastante a lograrlo.

### G. Conocimiento.

Piaget describe los conocimientos, considerando las distintas formas en que el conocimiento puede aprenderse.

El de tipo físico llega a través de cualquier material que el niño manipule son características tales como forma, color, tamaño, textura, altura, entre otros que se conocen a través de el contacto directo con los objetos. Estos conocimientos son determinantes para la clasificación (reunión de objetos de acuerdo a características comunes) y la seriación, (relación de orden entre los objetos); elementales para la construcción del concepto de número.

Para definir el conocimiento físico Constance Kamii dice:

"El conocimiento físico es el conocimiento de la realidad externa."(1)

Esto aclara las dudas que al respecto pudieran tenerse. A su vez el origen del conocimiento social, según el mismo autor es el siguiente: "El origen del conocimiento social son las convenciones elaboradas por la gente." (2)

El de origen social surge de las convencionalidades que el para entenderse con los demás seres que le rodean.

Estas dos formas de conocer todo lo que existe a su alrededor necesitan de reflexión participativa que debe realizarse entre los objetos de conocimiento y el sujeto cognocente. Para el conocimiento físico es indispensable el contacto con los objetos reales y para el social la interactuación con los demás miembros de la sociedad.

Por ejemplo en el aprendizaje de los números se relacionan el conocimiento físico y el social de la siguiente manera, al manipular los objetos, clasificándolos y seriándolos se hace uso del contacto físico y al llegar a la utilización de los números, del social.

Pero además de ello se requiere de un tercer tipo de conocimiento, este es el lógico matemático. Con él se establecen relaciones entre lo conocido y lo nuevo, para construir un conocimiento mayor. Kamii dice del conocimiento lógico

<sup>(1)</sup> KAMII, Constance. La naturaleza del número. <u>La matemática en la escuela I.</u> Ant. UPN. p.315

<sup>(2)</sup> IBIDEM. p. 318

lo siguiente: "El niño utiliza el mismo marco lógico-matemático para construir tanto el conocimiento físico como el conocimiento social." (1)

Como puede observarse todos están relacionados y dan por resultado la adaptación del sujeto al medio.

# H. Los sujetos del contrato didáctico.

En la escuela las acciones en torno al aprendizaje son realizadas por los sujetos que en ella se encuentran. El nombre de contrato didáctico lo utiliza Brousseau para contemplar al:
"... (conjunto de normas implícitas que regulan la interacción maestro - alumno)..." (2)

En las diferentes formas de actuar se perciben efectos en relación al aprendizaje. El mismo autor los describe de la siguiente manera.

Por ejemplo cuando el maestro corrige al alumno no señalando únicamente el error, sino además cambiando la pregunta para que el alumno conteste lo esperado. Así se da la apariencia de que el obstáculo ha sido superado. A este efecto se le llama efecto Topaze.

El siguiente es el llamado efecto Jourdain y consiste en

<sup>(1)</sup> KAMII, Constance. La naturaleza del número. <u>La matemática</u> en <u>la escuela I.</u> Ant. UPN. p. 318.

<sup>(2)</sup> BROUSSEAU, Guy. Efectos y paradoja del contrato didáctico. <u>La matemática en la escuela II.</u> Ant. UPN. p. 183.

cambiar términos conocidos por otros caracterizados como científicos. Pero en él sigue siendo el profesor quien posee todo el saber. Tanto el alumno como el profesor fingen que se ha aprendido a pesar de que las dudas persisten.

Otro efecto es el de analogía, en el que se cree enseñar al alumno a resolver un problema, pero en realidad únicamente se trasplantan soluciones a otros iguales.

Cuando se pretende que los alumnos aprendan por sí solos quitando esta responsabilidad al profesor y creyendo que esto se llevará a cabo a mediante una ley natural, está efectuándose el efecto Dienes.

Por último el efecto de transformación metacognitiva en el que la interpretación que una persona realiza con respecto a algún conocimiento, se transmite a otras para que lo hagan igual, sin permitirle que utilice sus estrategias para ello.

Como menciona el autor antes citado existe una paradoja en el contrato didáctico, que consiste en: "El carácter paradojal del C.D. se manifiesta en el hecho de que el alumno aprende cuando no hace lo que el maestro quiere que haga y, por el contrario, no aprende cuando hace lo que el maestro quiere que haga." (1)

Todo lo analizado anteriormente demuestra que en la escuela los sujetos actúan de manera contraria a lo que en el enfoque psicogenético se recomienda.

<sup>(1)</sup> BROUSSEAU, Guy. Efectos y paradoja del contrato didactico. <u>La matemática en la escuela II.</u> Ant. UPN. p. 191.

Desde este punto de vista el alumno se convierte en un ser activo capaz de construir su aprendizaje. Ya no es el alumno que sólo está sentado en su lugar obedeciendo órdenes. Todas sus acciones están encamínadas al aprendizaje. El maestro debe propiciar la actividad del niño en torno al objeto de estudio. Tocante a este punto Constance Kamii dice:

El papel del maestro en la escuela piagetana es extremadamente difícil, porque debe estar constantemente comprometido en el diagnóstico del estado emocional de cada niño, su nivel cognoscitivo y sus intereses recurriendo al marco teórico que lleva en su cabeza. Ha de mantener asimismo un delicado equilibrio entre el ejercicio de su autoridad y el aliento a los niños para que desarrollen sus propias normas de conducta moral. (1)

Debe considerarse que existe otro punto importante en las relaciones que se establecen durante el proceso de enseñanza aprendizaje y es tocante al error, que según Piaget, también es generador de aprendizaje, a través del razonamiento sobre el mismo.

Todos estos planteamientos llevan al profesor a reflexionar sobre su actuación, con la finalidad de dejar atrás los efectos que tienen lugar fuera de él.

La forma de trabajo tradicionalista no fomenta en el alumno la reflexión y participación del niño por eso es necesario que se mejore la situación y con ello las relaciones de los sujetos.

<sup>(1)</sup> KAMII, Constance. Principios pedagógicos derivados de la teoría de Piaget: su trascendencia para la práctica educativa. <u>Teorías de Aprendizaje</u>. Ant. UPN. p. 369.

## I. Metodología.

En este apartado se analiza primero lo correspondiente al sustento epistemológico de la metodología de enseñanza que forma parte de esta propuesta. En las raíces etimológicas de su nombre se encuentra casi toda la explicación de los supuestos en los que se sustenta. Episteme = conocimiento, Genética = desarrollo o evolución; entonces su descripción es el desarrollo o evolución del conocimiento. Como señala Jean Piaget, La Epistemología Genética también es producto de las investigaciones que este gran biólogo realizó, para él esto quiere decir: "... el estudio del paso de los estados de mínimo conocimiento a los estados de conocimiento más rigurosos." (1)

Es decir la explicación de lo que sucede en este paso de un conocimiento menor a uno mayor. El aspecto teórico de este punto comienza con la descripción del aprendizaje como un proceso que a su vez incluye otros llamados invariantes funcionales que son la asimilación y la acomodación que juntos logran la adaptación, éstos son los términos en que Piaget describe la inteligencia.

La inteligencia desde este enfoque teórico es adaptación al medio, pero no en forma pasiva, sino mediante una interacción tanto física como mental entre el individuo y el entorno. Esto se lleva a cabo durante toda la vida del sujeto, el cual a su

<sup>(1)</sup> SAAL, Frida. La Epistemología Genética de Jean Piaget. <u>Técnicas y recursos de investigación III.</u> Ant: UPN. p. 272.

vez lo acomoda a sus estructuras.

El proceso de asimilación y acomodación es en síntesis la forma como se lleva a cabo el aprendizaje en términos constructivistas.

En sus estudios epistemológicos Jean Piaget, explica todo lo relacionado al conocimiento y la manera como el sujeto lo construye.

Todo esto tiene como finalidad dar a conocer la mejor forma como ha de enseñarse la multiplicación a los alumnos de cuarto grado, así se podrán encontrar los indices de repetibilidad en que se equivocan los alumnos durante el aprendizaje de la multiplicación, para poder ayudarlos y facilitarles el proceso de construcción. Existen metodologías basadas en este aspecto del conocimiento. Esta propuesta plantea la pedagogía operatoria para que los niños reflexionen sobre los conocimientos matemáticos. La razón principal es que en ella el alumno adquiere un papel activo. La libertad en el aula es requisito fundamental y el docente debe optar por dejar que la libertad cognoscitiva sea utilizada para decidir que quieren estudiar y en que desean trabajar porque lo harán de acuerdo a sus intereses, así estarán ocupados en lo que les gusta.

En este enfoque metodológico los niños participan en todo el proceso de aprendizaje, tanto en la selección de lo que

<sup>(1)</sup> SAAL, Frida. La epistemología genética de Jean Piaget. <u>Técnicas y recursos de investigación III</u>. Ant. UPN. p. 272.

desean estudiar como en las acciones que realiza y por supuesto la evaluación.

En el aprendizaje de las matemáticas los niños deben ser activos tanto física como mentalmente, es decir operando en las dos formas en torno al objeto de estudio: la multiplicación.

Otra cuestión que también resulta interesante es que las situaciones de aprendizaje deben tener un punto de partida real, con lo que el niño relaciona lo aprendido en la escuela con las necesidades que la vida diaria requiere.

### J. Evaluación.

Ahora toca analizar el punto decisivo de la labor docente. Desde cualesquier enfoque teórico es polémico evaluar ya que es donde se rinden cuentas de los resultados y procesos de enseñanza - aprendizaje. Como se ha venido observando dentro del constructivismo el proceso se caracteriza por un dinamismo por parte del alumno, el profesor e incluso el objeto de conocimiento, entonces la evaluación también debe estar orientada hacia los mismos fines, por lo tanto la visión tradicional en que se consideraba como una medición de aspectos cognoscitivos basados en la memorización y como producto de un examen ya no corresponde a los nuevos planteamientos.

Ahora según el libro Perfiles de Desempeño para preescolar, primaria y secundaria dice:

La evaluación múltiple en cuanto a estrategias, medidas y estimaciones se sirve tanto del paradigama cuantitativo, como del cualitativo, recupera los aportes de la experiencia, sentido común y "oficio" de los maestros, aprovecha los juicios de los padres y las opiniones de los sectores productivo y social y pone atención a los procesos de autoevaluación de los educandos. Así cuando la evidencia tenga que traducirse arbitrariamente a un número ... de manera que éste no sea mera referencia estadística ni una apreciación arbitraria, sino la estimación plural de los desempeños. (1)

En el texto anterior queda muy claro que la evaluación consiste en un proceso en el cual se evalúa todo, incluso el alumno participa dando un valor estimativo a su trabajo. Así el acto de evaluar deja de ser arbitrario basado únicamente en el juicio del profesor. Los padres de familia y los sectores productivo y social, han propuesto alternativas más acordes a los requerimientos del mundo real externo a la escuela.

La perspectiva evaluatoria es planteada diferente y existen más posibilidades de que el alumno adquiera confianza en sí mismo y aproveche mejor lo aprendido en su vida cotidiana.

Como puede observarse la evaluación definida en este apartado tiene otras expectativas, que no son las otorgar una calificación de acuerdo a lo aprendido, sino conocer los procesos de los niños, los índices de repetibilidad, de duda sobre el objeto de estudio, para plantear las estrategias adecuadas para que el grupo que se atiende aprenda verdaderamente. Las estrategias que se plantearán en el Capítulo

<sup>(1)</sup> CONALTE. <u>Perfiles de desempeño para preescolar. primaria</u> <u>y secundaria.</u> Secretaría de Educación Pública. 1989 - 1994. p. 42.

IV, se evaluarán desde este punto de vista. En cada una de ellas los trabajos que realicen los niños pasarán a formar parte del material didáctico del grupo. Así será fácil para el maestro detectar los errores del alumno y plantear situaciones en las que se reflexione y se atienda a la construcción real del aprendizaje. Además en estos mismos trabajos podrán plantear preguntas escritas y durante el desarrollo de la actividad de forma oral. Así la comunicación servirá de guía durante la enseñanza.

Las alternativas didácticas de un conocimiento como la multiplicación se plantearán durante todo el año escolar, por la trascendencia que tienen en la escolaridad del niño, razón por lo cual no será necesario estar calificando individualmente. Solamente en los casos en que la actividad lo requiera, serán los niños quienes evaluarán a sus compañeros. Es en los juegos donde se utiliza este-tipo de evaluación porque es parte del mismo. Observando el maestro esta situación no requerirá de calificar, solamente llevar un registro de anotaciones en las que se refleje el proceso de aprendizaje.

Es así como se propone llevar a cabo la evaluación de las estrategias encaminadas al aprendizaje de la multiplicación.

### III. MARCO REFERENCIAL

Este capítulo comprenderá tres partes en los que se ubicará el problema conforme a tres aspectos considerados fundamentales. El primero es el aspecto físico y social escolar, en el que se da a conocer la situación del problema dentro de ellos. El inciso B, contextualiza dentro del programa oficial a la multiplicación analizando lo referente a ello. Por último el inciso C describe la forma en que el Artículo Tercero y la Ley General de Educación tratan el problema.

## A. Aspecto físico y social.

La propuesta se puso en práctica en la escuela Agustín Méndez Rosas de la colonia INFONAVIT, Nuevo Delicias de la Ciudad de Delicias Chihuahua. Esta institución es de creación reciente y a pesar de ello cuenta con instalaciones casi completas. Tanto el mobiliario como el edificio escolar se encuentran en perfectas condiciones y además son agradables a la vista.

Tanto los maestros como el director de la escuela son personas activas que mantienen una actitud positiva hacia el mejoramiento de la práctica docente y aceptan con agrado las innovaciones que en beneficio de la misma se implementen.

El aspecto físico de la comunidad escolar tiene también las condiciones antes mencionadas, pero además mantienen en la escuela puestas sus expectativas en torno al aprendizaje de los alumnos que a ella asisten.

El medio económico y social que rodea a la escuela casi en su mayoría pertenece a la clase media baja, pero responden a los requerimientos materiales de la escuela con agrado. Casi no existen dificultades al respecto. En cambio se observan algunos problemas de desatención de los padres hacia sus hijos por falta de tiempo debido al horario de trabajo.

La mayor dificultad que enfrenta el profesor para evitar la memorización es la obligación que tiene de aplicar las pruebas de sector ya que al hacerlo debe rendir informe a la dirección de la escuela, zona escolar y padres de familia, quiénes todavía creen que es lo único que debe tomarse en consideración para otorgar una calificación. Pero la buena voluntad del director logra que esto sea sólo una parte como lo menciona la propuesta de evaluación que se incluyó en el capítulo II.

Todo lo anterior es importante analizarlo para ubicar los problemas concernientes al proceso de enseñanza aprendizaje y así buscar la manera de superarlos.

# B. El programa oficial.

Dentro del programa oficial las matemáticas ocupan un lugar

privilegiado. Junto con el español son las materias que disponen de más horas para su estudio. Al español se le han designado 360 horas y a las matemáticas 240 horas anualmente. Referente a las matemáticas en el programa dice que: "La orientación adoptada para la enseñanza de las matemáticas pone el mayor énfasis en la formación de habilidades para la resolución de problemas y el desarrollo del razonamiento matemático a partir de situaciones prácticas." (1)

Por ello la enseñanza de la multiplicación debe partir de situaciones reales en las que el alumno aplique la lógica, para que poco a poco pueda prescindir de ello y llegar a la formalidad.

Con respecto a las operaciones dice el programa: "Las operaciones son concebidas como instrumentos que permiten resolver problemas; el significado y sentido que los niños puedan darles, deriva precisamente de las situaciones que resuelven con ellas."(2)

En los dos puntos citados en el programa coincide esta propuesta, quedando respaldada por el plan y programa de estudios vigente.

Dentro del programa se observa un gran avance con respecto al anterior en donde todavía esto no se exponía de manera explícita como en el presente, donde se toma al alumno como un ser capaz de aplicar lo aprendido en el mundo real.

<sup>(1)</sup> Plan y programa de estudio 1993. SEP. p. 15.

<sup>(2)</sup> IBIDEM. p. 53.

El programa presenta un enfoque en el cual las matemáticas son un instrumento de aprendizaje, porque sirven de base para que otros contenidos se construyan. Sin las operaciones fundamentales entre las que se encuentra a la multiplicación no sería posible aprender a resolver situaciones problemáticas que se presentan en la vida cotidiana.

# C. Artículo Tercero y Ley General de Educación.

Desde épocas remotas la educación ha estado contemplada dentro del marco legal y entre las características que han prevalecido a través del tiempo se encuentran las de ser obligatoria, gratuita y laica, cuestiones que siempre han suscitado gran polémica en torno a la interpretación de estos términos.

El Artículo Tercero para la educación que imparte el Estado postula como grandes finalidades: " desarrollar armónicamente todas las facultades del ser humano y fomentar en él, el amor a la patria y la conciencia de solidaridad internacional en la independencia y en la justicia." (1)

Contribuirá a la mejor convivencia humana, tanto por los elementos que aporta a fin de robustecer en el educando, junto con el aprecio de la dignidad de la persona y la integridad de

\_\_\_\_\_

<sup>(1)</sup> Artículo Tercero y Ley General de Educación. SEP. p.31.

la familia, la convivencia de interés general de la sociedad, tanto por el cuidado que ponga en sustentar los ideales de fraternidad e igualdad de derechos a todos los hombres, evitando los privilegios de raza, secta, sexo, individuos.

La misma disposición constitucional señala su carácter democrático, considerando a ésta no solamente como una estructura jurídica y régimen político, sino como un sistema de vida fundado en el constante mejoramiento económico, social y cultural de los pueblos. Añade que será nacional y sin hostilidades, ni exclusivismos, atenderá a la comprensión de nuestros problemas, al aprovechamiento de nuestros recursos, a la defensa de nuestra independencia económica y a la continuidad y acrecentamiento de nuestra cultura.

Por su parte la Ley General de Educación menciona con respecto al alumno que: "En el proceso educativo deberá asegurarse la participación activa del educando, estimulando su iniciativa y su sentido de responsabilidad social, para alcanzar los fines a los que se refiere el Artículo 70." (1)

El objetivo señalado en esta propuesta de que los alumnos reflexionen sobre lo que han de aprender se encuentra presente también en este documento de la siguiente forma: "Favorecer el desarrollo de facultades para adquirir conocimientos, así como la capacidad de observación, análisis y reflexión críticos." (2)

<sup>(1)</sup> Artículo Tercero y Ley General de Educación. SEP. P. 49.

<sup>(2)</sup> IBIDEM. p.51.

Si el alumno observa, analiza y reflexiona para construir su conocimiento estará atendiendo a este punto. Otro punto decisivo que interviene en los planes y programas se encuentra relacionando con la capacitación para el trabajo.

Acerca de ello dice en la fuente anterior: "Las instituciones del sistema educativo nacional impartirán educación de manera que permitan al educando incorporarse a la sociedad y, en su oportunidad desarrollar una actividad productiva y que permita, asimismo, al trabajador estudiar." (1)

Las matemáticas son necesarias en todo tipo de trabajo, por lo que debe darse la importancia debida a esta asignatura ya que por medio de ellas el sujeto puede realizar con más éxito su trabajo. Estas contienen a su vez otros ejes temáticos que son aplicables a muchos aspectos de la vida diaria.

Además con los avances de la ciencia se requiere que los sujetos lleven a cabo estudios que le otorguen la facilidad de tener un oficio calificado, según la demanda del mercado de trabajo.

Esto debe comprobarlo ante la sociedad y en relación a esto la Ley General de Educación menciona lo siguiente: "Los certificados, constancias y diplomas serán otorgados por las instituciones públicas y los particulares que señalen los lineamientos ..." (2)

La sociedad exige la certificación de las capacidades,

<sup>(1)</sup> Artículo Tercero y Ley General de Educación. SEP. p. 51

<sup>(2)</sup> IBIDEM. p. 71.

habilidades y destrezas que un individuo tenga para realizar alguna actividad dentro de la sociedad y por ello la ley lo apoya como ya se ha citado.

Cada sexenio se reformulan objetivos en torno a la educación. En este caso el Programa de Desarrollo Educativo 1995 - 2000, correspondiente al mandato presidencial del doctor Ernesto Zedillo Ponce de León se pronuncia a favor de la aplicación del contenido del Artículo Tercero y Ley General de Educación. Además destaca en él lo siguiente: "... alentar la responsabilidad de los principales agentes que intervienen en los procesos educativos y a formar seres humanos que participen más responsablemente en todos los ámbitos de la vida social."

Se mencionan, además cuestiones relacionadas con la cobertura, regionalización, (adaptación de los contenidos al contexto) y lo más importante que es la actualización permanente del maestro.

Todas estas reflexiones en torno al objeto de estudio con relación a su ubicación físico-social, curricular y legislativa dan un panorama más amplio en cuanto a lo que se pretende lograr y lo que la realidad permite.

## IV. ESTRATEGIAS DIDACTICAS

Toca ahora poner en práctica la parte operativa de esta propuesta. Las estrategias de aprendizaje son la construcción misma del objeto de estudio.

En esta parte se exponen ocho estrategias que contemplan puntos de evolución del conocimiento. Aclarando que se inicia con situación real, continuando con la etapa gráfica y posteriormente a lo convencional. Es así como a lo largo de esta Propuesta Pedagógica se ha concebido el aprendizaje del conocimiento matemático. Las estrategias van acordes a estos planteamientos. El nivel de complejidad debe ser un asunto que se tome en cuenta para que las alternativas correspondientes a la multiplicación sean comprendidas por los alumnos. Además para el maestro será más fácil encontrar la parte que se dificulte al niño y así ayudarlo a construir su aprendizaje.

El trabajo con la multiplicación debe llevarse a cabo a lo largo de todo el año escolar para que todos los alumnos tengan la oportunidad de construir este conocimiento.

Cada una de ellas a su vez está integrada por una descripción detallada de la manera de llevarse a cabo, el material que debe utilizarse y la forma en que se realizará el trabajo, todo esto con un objetivo particular.

#### A. Agrupando.

Objetivo: Que el niño reconozca la utilidad de la multiplicación, como una operación a través de la cual se puede conocer el número total de determinada colección de objetos por medio de una situación problemática, conocida real y manejo de material de tipo concreto.

Situación: Puede ser por equipo o individual.

Material: Se utilizarán los materiales escolares de que dispone el alumno cotidianamente, colores, lápiz, libros, cuaderno, semillas y una cartulina.

Desarrollo: Después de que los niños entren a clases el maestro llevará a cabo preguntas sencillas en las cuales intervengan las nociones de grupos de objetos con números pequeños, para que los resultados de las mismas sean fáciles de encontrar. Por ejemplo se presentan dos conjuntos de lápices que contengan elementos iguales: 2 colores rojos y dos azules ¿Cuántos colores hay? De la misma forma se continua con otro tipo de elementos (cuadernos, marcadores, diccionarios, etcétera).

Posteriormente el profesor propone la integración en equipos y que cada uno de ellos explique utilizando el material que han llevado a clase, lo que han entendido del tema y ejemplifiquen exponiendo las conclusiones a las que se llegó en el equipo acerca de agrupar cantidades de elementos que conforman conjuntos.

Todos los trabajos realizados se pegarán en la pared,

pasarán a formar parte del material didáctico. Sobre éstos se llevará acabo un cuestionamiento por parte del profesor a los miembros del grupo acerca del por qué siguieron cada uno de los pasos de este trabajo. Para conocer el proceso de construcción del grupo. y replantear en los casos que se requiera.

### B. La ruleta.

Objetivo: Que los niños expresen gráficamente el concepto que han construído sobre la multiplicación.

Situación: Esta alternativa didáctica puede realizarse individualmente o por equipo.

Material: Una ruleta en la que en cada una de las secciones se encuentre escrita determinado número de colecciones de objetos, dardos, colores, lápiz y cartulina.

Descripción: Después de proponer al grupo la distribución acuerdo a la afinidad existente entre los alumnos. El profesor dará inicio a la actividad platicando acerca de la forma en que éste se efectuará, además se explicará que en este caso cuando se tire el dardo por parte de un miembro del equipo, en el área que pegue contendrá un enunciado acerca de determinado número de colecciones de objetos. Esto será lo que se tome en cuenta para representar por medio del dibujo la multiplicación.

Al decaer el interés del grupo, se dará término a la

actividad y por equipo se dibujará en cartulina e iluminará la representación gráfica de la multiplicación. Esta es la manera de conocer el proceso de aprendizaje de los alumnos para poder auxiliarlos en el momento necesario.

# C. La frutería.

Situación: Por equipo o grupal.

Material: Dibujos con bolsas que contengan colecciones de frutas con un número variado de elementos.

Descripción: El maestro iniciará cuestionando sobre los dibujos y la manera como puede descubrirse el resultado de una multiplicación. Por ejemplo tres bolsas con ocho mangos; cinco bolsas con nueve manzanas, etcétera.

Paulatinamente se irá aumentando la cantidad que interviene en la multiplicación. Cuando ya no sea tan fácil realizar la operación mental o gráficamente se cuestionará al grupo acerca de la manera formal de realizarla. Por medio de preguntas y la socialización de los conocimientos que referente a este objeto de estudio tengan los niños. Para terminar y conocer el proceso de construcción del aprendizaje de la multiplicación se pedirá a los niños que inventen problemas que impliquen esta operación. Se informará al grupo que se revisará el planteamiento formal de cada uno. Si esta actividad no ha cumplido con el objetivo, se llevarán a cabo nuevamente hasta lograr que los alumnos construyan esta etapa del

aprendizaje de la multiplicación.

# D. Multiplicación rápida.

Objetivo: Conocimiento de la multiplicación por diez, cien v mil.

Situación: Por equipo.

Material: Hojas cuadriculadas, colores, cauderno, lápiz, pegamento y cartulina.

Desarrollo: El docente comenzará la actividad proponiendo al grupo trabajar en equipos. El número de miembros no se establecerá para dar oportunidad de que se organicen de acuerdo a sus intereses.

Con este trabajo además se conocerá el plano cartesiano debido a que el material (hoja cuadriculada), presenta la disposición cartesiana de a x b, porque con el papel cuadriculado, es más práctico para recortar cuadros de 1 X 1, 10 X 10, 100 X 100, 1000 X 1000, etcétera.

Cada integrante del equipo debe contar con cuadros de las medidas antes mencionadas. Un equipo preguntará a otro el resultado de una multiplicación elaborada por ellos mismos y responderá el niño que calcule más rápidamente. Cuando todos hayan participado se realizará un recuento de los puntos que acumuló el equipo, para saber quien ganó y también a los niños que les hace falta practicar más. Durante la realización de esta

situación de aprendizaje el maestro realizará visitas constantes a los equipos para cuestionarlos sobre la manera de llegar al resultado correcto.

Cuando se haya terminado cada equipo expondrá sus conclusiones ante el grupo y el maestro a través del intercambio de opiniones propiciando que grupalmente se concluya en que para multiplicar por diez, cien y mil se presenta la misma cantidad, sólo que con los ceros correspondientes.

### E. La dulcería.

Objetivo: Que el niño de cuarto año practique la multiplicación rápida.

Situación: Individual.

Material: Dibujos sobre los productos que se venden en la dulcería. dulces, paletas, caramelos y billetes de papel, de diez, cien, mil y diez mil pesos.

Descripción: Los dibujos de los productos de la dulcería se pegarán en el pizarrón y así cada equipo los tendrá a la vista para desarrollar el trabajo.

Se iniciará la actividad, con una plática reflexiva acerca de lo necesario que resulta en la vida cotidiana la realización de estimaciones sobre el resultado de multiplicaciones rápidas. Como por ejemplo para compra y venta de productos. Considerando

esto el profesor pedirá a cada equipo que elabore problemas, los escriba en su cuaderno y allí mismo describa todo lo que haya tenido necesidad de hacer para llegar a la solución. Se intercambiarán los cuadernos en el equipo para revisar si los resultados son correctos.

Cuando se haya terminado se expondrán las conclusiones de cada equipo. Estas servirán de apoyo para la realización de la siguiente actividad. Si alguno de los alumnos no ha logrado encontrar llegar al conocimiento de la multiplicación rápida se volverá a replantear la actividad.

### F. Los cuadritos I.

Objetivo: Descomponer una multiplicación sencilla en la que intervienen números mayores que diez.

Material: Hojas de cuadrícula de su cuaderno, lápiz, cuaderno, colores, cartulina y resistol.

Desarrollo: El grupo se divide en equipos. El profesor partirá de una situación problemática en la que sea necesario realizar una multiplicación; como por ejemplo: Encontrar cuantas revistas contienen ciento ochenta y dos cajas que tienen siete elementos cada una. El maestro y los alumnos recuerdan la forma de realizar multiplicaciones por diez, cien y mil de manera rápida.

Les pide que utilicen su hoja cuadriculada para encontrar los resultados, que en una misma hoja se pongan los cuadros correspondientes a los resultados que vayan obteniendo en la misma hoja y además que los iluminen de color diferente para identificarlos.

Cuando ya se haya terminado se pedirá a los equipos que muestren al grupo los resultados de los trabajos. El docente tendrá a su cargo el cuestionamiento al grupo en relación a las manera en que lograron llegar al resultado. Al final se pegará en una cartulina los trabajos de cada equipo. Con esto el maestro tendrá una visión de los resultados de la actividad en el proceso de aprendizaje de la multiplicación y con ello podrá replantear la situación cada vez que lo considere conveniente.

# G. Los cuadritos II.

Objetivo: Que los alumnos reflexionen sobre el procedimiento de la multiplicación por números hasta decenas, mediante la descomposición de las cantidades que la conforman. Conocer el algoritmo.

Situación: Por equipos.

Material: El mismo que en la actividad anterior.

Desarrollo: Al inicio de la actividad, el maestro cuestiona

al grupo sobre los problemas que se tienen en los diferentes trabajos de los adultos. Como en una tienda donde se reciben cajas con determinado número de objetos. El problema inicial será en relación a que se recibieron en una papelería 192 cajas con 67 cuadernos cada una. Se propone utilizar el material de los cuadritos I.

Esta situación es semejante a la anterior, sólo varían las cantidades y el nivel de complejidad en el aprendizaje de la multiplicación. Por ejemplo: 192 x 67 igual a:

 $100 \times 60 = 6000$ 

 $90 \times 60 = 5400$ 

 $2 \times 60 = 120$ 

 $100 \times 7 = .700$ 

 $90 \times 7 = 630$ 

 $2 \times 7 = 14$ 

TOTAL= 12864

Esta actividad se puede aprovechar para cuestionar al grupo acerca de otros conocimientos que se utilizan en la realización de la misma. Entre ellos: el valor posicional, la propiedad distributiva y conmutativa de la multiplicación.

Posteriormente los trabajos de los equipos se pegarán en las cartulinas con las respectivas dudas sobre los trabajos realizados plasmadas en forma de pregunta, para que en las ocasiones posteriores se remitan a la búsqueda de soluciones de las mismas. Hay que recordar de nuevo que el aprendizaje es un proceso, razón por lo cual es difícil que los niños encuentren todas las relaciones en lo que respecta a la descomposición de

la multiplicación, pero teniendo en cuenta los cuestionamientos de los alumnos se podrán llevar a cabo acciones que logren aclarar dudas. De ahí la importancia de que el profesor conozca el proceso de construcción sobre el aprendizaje de la multiplicación, así podrá auxiliar a los alumnos cuando se requiera.

## H. Basta numérico.

Objetivo: Que los niños de cuarto grado se inicien en el manejo de los múltiplos de un número.

Situación: Por equipo.

Material: Una hoja que tenga una cuadrícula de 15 x 20 cuadros, lápiz, cuaderno y dibujos de objetos que se venden en la papelería para que sean el punto de partida de las preguntas del juego.

Descripción: Los dibujos con objetos que se venden en la papelería se pegan en el pizarrón para que los niños los tengan a la vista. Los aspectos que el maestro deberá dar a conocer a los alumnos serán los siguientes: en la línea vertical, quedarán los precios de los objetos que se mencionen y en la horizontal los números del uno al quince. Además que cuando se pregunte, inmediatamente un niño del equipo escriba en la hoja los resultados de el valor de los objetos en orden del uno al quince y que cuando se diga basta se dejará de

escribir, posteriormente el siguiente niño que le toque el turno hará los mismo y así sucesivamente, hasta que todos los miembros del equipo participen. Posteriormente se llevará a acabo el juego, el grupo cuidará que los resultados sean correctos para obtener puntos o perderlos. Gana el equipo que tenga menos errores.

Estas son las alternativas didácticas que contiene esta Propuesta Pedagógica. Contemplan cuestiones que se consideran de dificultad para el alumno. El orden de presentación es en consideración a este punto; la última de ellas ya está relacionada con la división, porque los múltiplos que se utilizan en ella pueden ser una forma de relacionar a la división con la multiplicación.

La evaluación es considerada un recurso para que se planteen de nuevo las estrategias para que todos los niños tengan la oportunidad de aprender. Los errores se tomarán como punto de partida para que los niños reflexionen y así aprendan. Para concluir al término de las actividades el maestro podrá emitir un juicio valorativo más justo sobre el aprendizaje de la multiplicación, ya que ha sido el resultado de la observación del proceso de aprendizaje.

#### CONCLUSIONES

Al finalizar la aplicación de las estrategias de aprendizaje se obtuvieron las siguientes conclusiones.

El aprendizaje es un proceso al cual no puede fijársele tiempo de término.

Durante éste es muy importante que el maestro tenga una visión clara de lo que pretende lograr. Este es el punto medular de la propuesta, ya que mediante ello es posible encontrar la mejor manera de ayudar a los alumnos en el proceso de construcción.

Es indispensable que en el aprendizaje de la multiplicación intervengan los tres tipos de conocimiento descritos por Piaget, el físico, el lógico matemático y el social, el cual al logarse es el final del proceso y no al principio como se hace la mayor parte del tiempo en la escuela.

La interacción entre los miembros del grupo es indispensable para lograr el aprendizaje significativo.

La utilización del juego dentro del proceso es fundamental para que el niño participe activamente en las situaciones de aprendizaje. Los juegos deben reflejar la realidad cotidiana del educando para que lo aprendido lo utilice en sus relaciones con el entorno.

Si el alumno no ha podido llegar a la convencionalidad, tampoco debe forzársele, porque en lugar de ayudarlo se le puede

confundir y entorpecer el proceso de enseñanza-aprendizaje.

El respeto que debe existir hacia el alumno determinará en buena medida que exista la confianza, tanto para pedir ayuda como para mostrar sus hipótesis acerca del objeto de estudio ante el maestro.

Lo anterior trae como consecuencia que el profesor debe tener la habilidad para utilizar los errores para que el alumno aprenda de los mismos.

Con todos los puntos expuestos anteriormente el procesos de enseñanza-aprendizaje será más agradable tanto para el alumno como para el maestro.

#### BIBLIOGRAFIA

- ALEXANDROV, Y Folmogorov. Visión General De La Matemática . <u>La Matemática En La Escuela I.</u> Edit. Roer. 1ª Ed. México, 1988. 370 Págs.
- APENDICE, <u>La Matemática En La Escuela I.</u> Edit. Roer. 1ª Ed. México, 1988. 227 Págs.
- BIGGE, L. Morris. ¿Cómo Describen El Proceso De Aprendizaje Las Dos Familias Contemporáneas Del Aprendizaje? <u>Teorías Del Aprendizaje.</u> Edit. Ajusco. 1ª Ed. México, 1986. 450 Págs.
- BROSSEAU, Guy. Efectos Y Paradoja Del Contrato Directo. La <u>Matemática En La Escuela II.</u> Edit. Roer. 1ª Ed. México, 1989. 330 Págs.
- BUSQUETS, Ma. Dolores Y Xesca Grau. Un Aprendizaje Operatorio: Intereses Y Libertad. <u>Teorías Del Aprendizaje.</u> Edit. Ajusco. 1º Ed. México, 1986. 450 Págs.
- CONALTE. <u>Perfiles De Desempeño Para Preescolar, Primaria Y Secuandaria.</u> Edit. CAMSAN. 1ª Ed. México, 1991. 167 Págs.
- FORTUNY, Joan Y Aurora Leal. Lenguaje Y Realidad. <u>La Matemática En La Escuela I.</u> Edit. Roer. 1ª Ed. México, 1988. 370 Págs.
- GOMEZ, Palacio Margarita Y Otros. <u>Estrategias Pedagógicas</u>

  <u>Para Niños Con Dificultades En El Aprendizaje De Las</u>

  <u>Matemáticas</u>, <u>Fascículo III</u>. Edit. Litográfica

  Taavera. 1ª Ed. México, 1985. 392 Págs.
- KAMII, Constance. Principios Pedagógicos Derivados De La Teoría De Piaget: Su Trascendencia En La Práctica Educativa. <u>Teorías Del Aprendizaje.</u> Edit. Ajusco. 1ª Ed. México, 1986. 370 Págs.
- LERNER, De Zunino Delia. ¿Qué Es La Multiplicación? <u>La Matemática En La Escuela III.</u> Edit. Prisma Mexicana 1ª Ed. México, 1988. 270 Págs.
- NOT, Luis. El Conocimiento Matemático. <u>La Matemática En</u>
  <u>La Escuela II.</u> Edit. Roer. 1º Ed. México, 1989.

330 Págs.

RICHMOND, P. G. Algunos Conceptos Teóricos Fundamentales De La Teoria De Jean Piaget. <u>Teorías Del Aprendizaje</u>. Edit. Ajusco. 18 Ed. México, 1988. 370 Págs.

SAAL, Frida. La Epístemología Genética De Jean Piaget.

<u>Técnicas Y Recursos De Investigación III.</u> Edit.

Roer. 1ª Ed. México, 1988. 390 Págs.

SEP. Artículo Tercero Constitucional Y Ley General De Educación. Edit. Populibro. 1º Ed. México, 1993. 94 Págs.

SEP. <u>Plan Y Programa De Educación Primaria.</u> Fernandez Editores. 1ª Ed. 1993. México, 1993. 164 Págs.

SELLARES, Rosa Y Mercé Bassedas. La Construcción De Sistemas De Numeración En La Historia Y En Los Niños. <u>La</u> <u>Matemática En La Escuela I.</u> Edit. Roer. 1ª Ed: México, 1988. 370 Págs.

SWUENSON, C. Leland. Jean Piaget. Una Teoría Maduracional Cognitiva. <u>Teorías Del Aprendizaje.</u> Edit. Ajusco. 1ª Ed. México, 1986. 450 Págs.

WOLFOLK, Anita Y Nicolich Lorraine Mc. Cune. Una Teoría Global Sobre El Pensamiento. La Obra De Piaget. Teorías Del Aprendizaje. Edit. Ajusco. 18 Ed. México, 1986. 450 Págs.